

Ähnlich transformierendes Umzeichengerät unter Ausnutzung linear- elastischen Verhaltens

Wisseroth, Karl

Veröffentlicht in:
Abhandlungen der Braunschweigischen
Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 30, 1979,
S.31-34



Verlag Erich Goltze KG, Göttingen

Ähnlich transformierendes Umzeichengerät unter Ausnutzung linear-elastischen Verhaltens

Von **Karl Wisseroth**, Ludwigshafen

Vorgelegt von Hans Robert Müller

Bequeme Hilfsmittel für die zeichnerische Übertragung – vor allem bei gleichzeitiger Maß-Stabstransformation – sind optische Umzeichner, die auf dem Projektionsprinzip (also dem Ähnlichkeitssatz) beruhen. Eine analoge Hilfe ist der Storchschnabel, insbesondere in der Form präziser Pantographen.

Nachfolgend wird ein sehr einfaches Verfahren beschrieben, welches immer leicht und bequem durchgeführt werden kann, da es den Vorteil bietet, daß die erforderlichen Hilfsmittel stets zur Hand sind.

Allen linearen Vergrößerungen liegt der Strahlensatz zugrunde. Voraussetzung für eine ähnliche Reproduktion ist danach die Forderung, daß das Teilungsverhältnis X/X_0 auf jedem Projektionsstrahl als konstant gewährleistet ist, und zwar insbesondere unabhängig von der jeweiligen Strahllänge X .

Diese Forderung wird streng befolgt von einem gedehnten linear-elastischen Körper, der dem Hooke'schen Gesetz gehorcht. Bei konstanter Zugspannung K/F – wo K die wirkende Kraft und F die Querschnittsfläche bedeuten – muß hier sein

$$\frac{K}{F} = \text{const.} = E \cdot \frac{\Delta X_0}{X_0} = E \cdot \frac{\Delta X}{X} \quad (1),$$

bzw.

$$\frac{\Delta X}{\Delta X_0} = \frac{X}{X_0} \quad (2).$$

Beziehung (2) liefert damit unmittelbar die Gleichheit von Übertragungsverhältnis $\Delta X/\Delta X_0$ und Teilungsverhältnis X/X_0 des Projektionsstrahles. Hierbei ist aber wohl zu beachten, daß der Gültigkeitsbereich des Hooke'schen Gesetzes nicht überschritten wird!

Diese letztere Forderung ist z.B. erfüllt für eine stählerne Federwendel im Proportionalbereich. Analoge Verhältnisse gelten auch für die hochelastischen hochpolymeren Stoffe, wie z.B. vulkanisierter Kautschuk. Allerdings ist im letzteren Fall zu beachten, daß die Deformationsmechanik dieser Stoffe im besonderen durch die Maxwell'sche Relaxationsgleichung

$$\frac{dy}{dt} = \gamma \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \cdot \sigma \quad (3)$$

zu beschreiben ist. Hierin bedeuten dy/dt die gesamte Deformationsgeschwindigkeit, σ die deformierende Schubspannung, $d\sigma/dt$ die zeitliche Änderung der Schubspan-

nungsbeanspruchung, γ den Schubspannungskoeffizienten und η den Koeffizienten der inneren Reibung. Je nach der zeitlichen Beanspruchung wird sich ein solcher viskoelastischer Körper verschieden verhalten. So folgt bei sehr raschen Vorgängen (d. h. großes $d\sigma/dt$) aus (3)

$$\frac{dy}{dt} \cong \gamma \cdot \frac{d\sigma}{dt} \text{ bzw. } \Delta y \cong \gamma \cdot \Delta \sigma \quad (4),$$

wobei letzterer Ausdruck dem Hooke'schen Gesetz entspricht. Bei langsameren Beanspruchungen (d. h. kleines $d\sigma/dt$) folgt dagegen reines Newton'sches Fließverhalten entsprechend

$$\frac{dy}{dt} \cong \frac{1}{\eta} \cdot \sigma \quad (5).$$

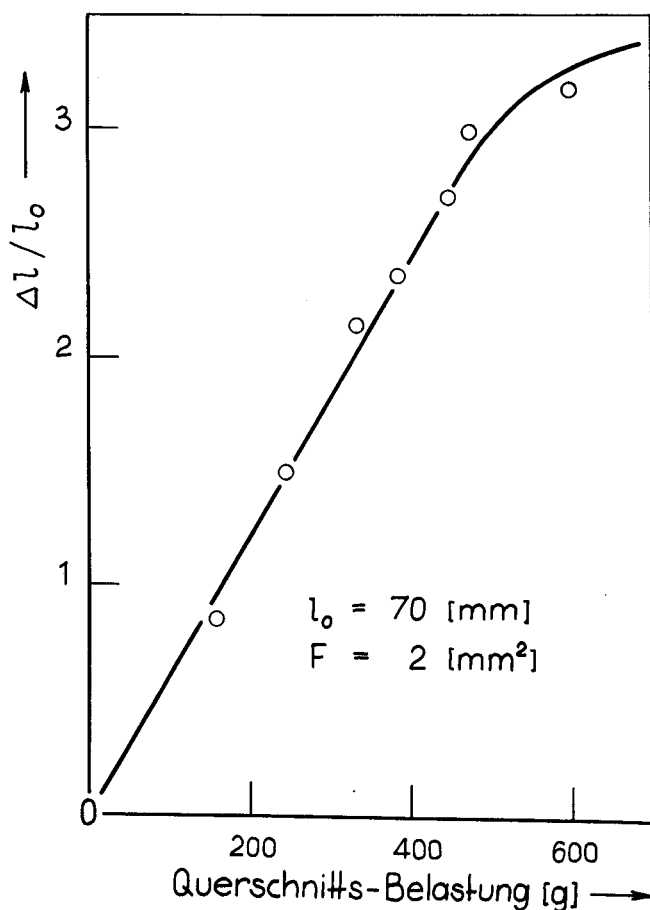


Abb. 1

Spannungs-Dehnungsfunktion eines Weichgummibändchens.
Beanspruchung erfolgt durch kurzzeitige Reckung.

Für die bekannten Weichgummibändchen von etwa einem Quadratmillimeter Querschnitt findet man die in *Abb. 1* und *Abb. 2* dargestellten Deformationscharakteristiken. Die erste Darstellung zeigt für sehr kurzzeitige (Zeiten kleiner als eine Sekunde) Reckungen ein Verhalten, welches im weiten Umfange dem Hooke'schen Gesetz gehorcht. Die zweite Darstellung offenbart das Fließverhalten für verschiedene Belastungen als Funktion der Zeit. Danach ist letzteres bei Beanspruchungen während der Dauer von etwa Sekunden vernachlässigbar gering.

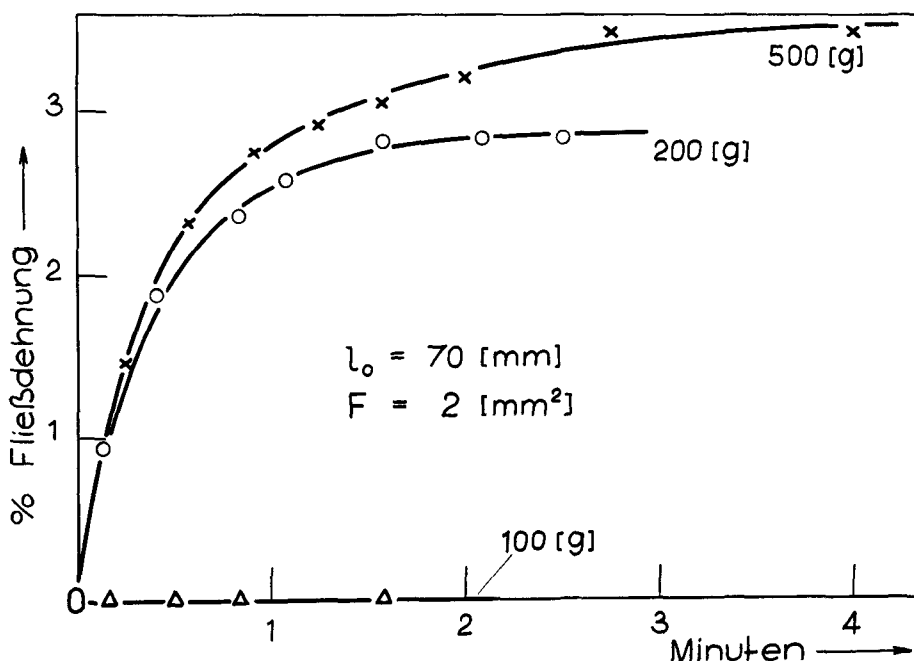


Abb. 2

Das Fließverhalten einer gedehnten Weichgummiprobe unter jeweils konstanter Belastung.

Das konzipierte Umzeichengerät besteht nach der *Abb. 3* aus einem hoch-elastischen Gummibändchen der beschriebenen Art. Als Zeichenstift dient ein Bleistift, der in seinem kegelförmigen – hölzernen – Bereich mit einer umlaufenden Nute versehen ist, in welcher das Gummibändchen mit einer Drahtschlinge oder einem dünnen Faden befestigt ist. Die Rolle des Fahrstiftes, mit dem die zu übertragende Figur nachgezogen wird, übernimmt eine weitere kleine Drahtschlinge, die noch bequem längs des Bändchens zu verschieben ist. Der Pol des Strahlenbündels wird in der einfachsten Weise durch Andrücken des Bändchens etwa mit dem linken Daumen fixiert, während die rechte Hand den Zeichenstift führt. Die Handhabung ist im allgemeinen mühelos.

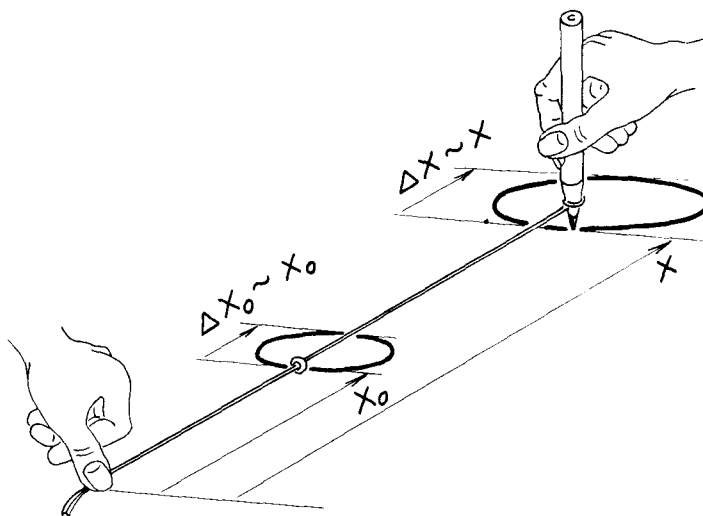


Abb. 3

*Umzeichengerät mit ähnlich übertragendem – linear-elastisch dehnbaren – Projektionsstrahl.
Hier in Vergrößerungsanordnung.*

Als erforderliche Bedingung ist zu beachten, daß größter und kleinster Abstand des Zeichenstiftes vom festen Pol mit ihrem gegenseitigen Verhältnis den Bereich der Hooke'schen Proportionalität (nach Abb. 1 etwa das Dreifache der ungespannten Länge des Gummibändchens) nicht überschreiten. Die im allgemeinen minimalen Fließeffekte sind wohl für die meisten praktischen Fälle von untergeordneter Bedeutung.

Der Vergrößerungsfaktor läßt sich dagegen in sehr weitem Bereich variieren. So bereitet etwa eine lineare Verzehnfachung keine besonderen Schwierigkeiten. In der Mehrzahl der Fälle wird die Vergrößerung auf den Faktor etwa 2 bis 3 beschränkt bleiben. Dadurch werden auch die kaum vermeidbaren Nachführschwankungen bei der Vergrößerung in erträglichen Grenzen gehalten.

Es ist natürlich ebenfalls möglich – wenn zwar auch nicht ganz so bequem wie die beschriebene Vergrößerung – eine Verkleinerung durchzuführen. Hierzu müssen Zeichen- und Fahrstift vertauscht werden. Allerdings dürfte das empfohlene Gerät seine hauptsächliche Verwendung bei der vergrößernden Umzeichnung finden, womit insbesondere seine überraschend einfache Ausführung und Handhabung gewahrt bleiben.